توسعه نمودار کنترل جدید برای پایش زمان شکست محصولات با توزیع وایبول

سودا جانعلی پور[۱]،کامیار صبری لقائی[۲]، رسول نورالسناء[۳]،

[۱] دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی ارومیه
[۲] استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه
[۳] استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

چکیده: از قابلیت اطمینان با عنوان کیفیت در طول زمان و یکی از ابعاد کیفیت یاد می‌شود. بهبود قابلیت اطمینان محصول، از نگرانی‌های عمده در فرآیندهای تولیدی و خدماتی است که با اعمال کنترل فرآیند آماری می‌توان به این هدف دست‌یافت. نمودار کنترل آماری یک ابزار پایش فرآیند است که به‌طور گسترده در صنعت تولید مورداستفاده قرار می‌گیرد و می‌توان آن را در پایش روند شکست استفاده کرد. توسعه نمودارهای کنترل برای این منظور ازجمله موضوعات جذاب برای محققان حوزه قابلیت اطمینان است. بااین‌حال تحقیقات صورت گرفته در این حوزه منحصر به توسعه نمودارهای کنترلی جهت پایش جداگانه شاخص‌های آماری شده است. در تحقیق پیش رو سعی خواهد شد نمودار کنترلی جدیدی برای پایش زمان‌های شکست و قابلیت اطمینان محصولات پیشنهاد شود که هدف این نمودار پایش هم‌زمان پارامترهای مختلف توزیع زمان شکست است. به همین منظور در این تحقیق توزیع وایبول موردبررسی قرار می‌گیرد.

کلمات کلیدی: نمودار کنترل؛ قابلیت اطمینان؛ زمان شکست؛ یکنواختی، توزیع وایبول

۱. مقدمه

قابلیت اطمینان، چالش کیفیت در قرن ۲۱ و از شاخص‌ترین ابعاد مرغوبیت کالا و خدمات است. زیرا به خاطر پیچیدگی طراحی سیستم‌ها، هزینه ضمانت محصول رو به افزایش است. قابلیت اطمینان پایین به‌شدت بر مرز زیرین بقاء تأثیر گذاشته و مانع توانایی شرکت در کسب و حفظ سهم بازار می‌شود. بنابراین برای حضور مستمر و دستیابی به نامی ماندگار، باید نگرانی استفاده‌کننده از محصول در طول زمان در مورد درست کار کردن محصول کاهش یابد[۱]. استفاده از سیستم‌ها بدون توجه به قابلیت اطمینان آن‌ها، احتمال وقوع خرابی‌های ناگهانی را افزایش می‌دهد. وقوع این نوع از خرابی‌ها در بسیاری از صنایع (مانند هواپیماسازی) می‌تواند عواقب بسیار خطرناک و پرهزینه‌ای ازنظر اقتصادی، جانی، سیاسی، امنیتی و حیثیتی دربر داشته باشد[۲]. به‌عنوان‌مثال می‌توان از حادثه چرنوبیل که در سال ۱۹۸۶ رخ داد نام برد. در اثر این حادثه سی‌ویک نفر از کارکنان این سایت جان‌باخته، دویست نفر از مردم دچار بیماری‌های سختی شده و بیش از سه میلیارد دلار خسارات اقتصادی به بار آمد. حادثه انفجار سفینه فضایی چلنجر در همین سال، سفینه فضایی شاتل در سال ۲۰۰۳، حوادث نشت نفت در سواحل آمریکا و انفجار نیروگاه اتمی فوکوشیمای ژاپن در سال‌های اخیر و بسیاری از حوادث ناگوار دیگر که همه‌ساله در دنیا رخ می‌دهند، اهمیت توجه به قابلیت اطمینان و ایمنی سیستم‌ها را روشن‌تر می‌کند[۳]. اگر قرار باشد یک محصول مشخصات موردنظر مشتری را دارا باشد آنگاه این محصول باید به‌وسیله یک فرایند پایدار یا تکرارپذیر تولید گردد. به‌عبارت‌دیگر، فرایند تولید باید از تغییرپذیری کمی در حول مقدار هدف برخوردار باشد[۴].

مفاهیم قابلیت اطمینان و پایش آن در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است که از طریق نمودارهای کنترل در دو حالت پایش مشخصه‌های کیفی و پایش زمان‌های شکست انجام می‌شود. یکی از ابزارهای آماری برای پایش ثبات فرآیند، نمودارهای کنترلی هستند که توسط شوهارت پیشنهاد داده‌شده‌اند[۵]. ازجمله تحقیقاتی که با استفاده از پایش زمان‌های شکست به ارزیابی قابلیت اطمینان پرداخته‌اند می‌توان به طرح کنترل زی و همکاران [۶] برای پایش زمان مشاهده‌شده تا تعداد r شکست اشاره کرد. این طرح، همچنین، به پایش زمان موردنیاز برای مشاهده تعداد ثابتی از خرابی‌ها گسترش‌یافته است. از مزایای این روش می‌توان به امکان تشخیص بهبود فرآیند در یک محیط با قابلیت اطمینان بالا اشاره کرد. در پژوهشی دیگر خو و زی [۷] با مطالعه زمان بین خرابی‌ها برای روند شکست سیستم‌هایی که به‌طور منظم تحت نگهداری و تعمیرات قرار می‌گیرند، طرح‌های پایشی ارائه دادند. با استفاده از این طرح می‌توان راجع به اعمال نگهداری و تعمیرات بیشتر و منظم برای سیستم تصمیم‌گیری کرد. برای مدل‌سازی این سیستم، توزیع زمان شکست با توزیع نمایی تخمین زده‌شده است که متوسط نرخ شکست آن به فاصله نگهداری و تعمیرات بستگی دارد. سگو و همکاران [۸] در یک سازمان خدماتی مانند بیمارستان، طرح پایشی بر پایه زمان بقا بیماران توسعه دادند. به این منظور، نمودار کنترل مجموع تجمعی زمان بقا همراه با ریسک‌پذیری برای پایش متغیر پیوسته زمان تا شکست پیشنهاد شد. همچنین تأثیر طراحی این نمودار با استفاده از پارامترهای برآورد شده از داده‌های جراحی قلب بررسی شد و پیشنهادهایی در رابطه با مقدار داده‌های تاریخی موردنیاز برای طراحی مناسب نمودارها ارائه شد. در مطالعه‌ای دیگر سوروچو و هاکان [۹] برای مدل کردن زمان‌های بین شکست از توزیع وایبول سه پارامتری استفاده کردند که پارامترهای آن نامعلوم بوده و از روش برآورد استوار تخمین زده‌شده‌اند.

همچنین روش پیشنهادی برای پایش زمان تجمعی سپری‌شده بین r خرابی از طریق تقریب‌های گشتاور نرمال و مربع کای گسترش داده شد. ژانگ و همکاران [۱۰] یک مدل اقتصادی برای پایش زمان بین خرابی‌ها توسعه دادند که داده‌های شکست در آن، از توزیع نمایی پیروی می‌کنند. الگوریتم طراحی آن‌ها، با در نظر گرفتن مشخصه تصادفی تغییرات فرایند، شرایط واقعی را بهتر انعکاس می‌دهد. بر اساس مطالعات عددی، استفاده از طرح نمودار کنترل پیشنهادی به دلیل قدرت تشخیص قابل‌ملاحظه آن و پایداری عالی، برای پایش تغییرات بزرگ فرایند مناسب است و باعث صرفه‌جویی در وقت و هزینه می‌شود. لی و کانگ [۱۱] با توجه به محدودیت‌های روش‌های موجود برای تشخیص تغییرات نرخ شکست، یک نمودار کنترل کلی‌تر که می‌تواند انواع توزیع‌ها را شامل شود، ارائه دادند. در این تحقیق، یک روش آماری توسعه‌یافته برای پایش داده‌های زمان خرابی در صورت وجود سانسور تصادفی پیشنهادشده است که در این روش از آزمون‌های رتبه‌بندی غیر پارامتریک بدون هیچ‌گونه پیش‌فرض خاصی برای توزیع داده‌ها استفاده می‌شود. فراز و همکاران [۱۲] برای پایش قابلیت اطمینان فرایندی که از توزیع وایبول پیروی می‌کند، نمودارهای کنترل شوهارت از نوع z و s^2 را ارائه دادند و از این نمودارها برای پایش پارامترهای شکل و مقیاس توزیع وایبول استفاده کردند. به این صورت که تغییر در پارامترهای وایبول منجر به تغییرات مختلف در میانگین و واریانس متغیرهای نرمال تبدیل‌شده می‌شود و نمودارهای مذکور عملکرد خوبی در تشخیص این تغییرات دارند. مزیت روش پیشنهادی سهولت طراحی، استفاده و قدرت در پایش فرایند است. همچنین می‌تواند برای هر توزیع دیگری اعمال شود. آن‌ها کارایی این روش را از طریق نرم‌افزار و با استفاده از یک مجموعه داده واقعی نشان دادند. بیشتر این نمودارها برای پایش یک پارامتر فرایند مانند میانگین یا واریانس طراحی‌شده‌اند. اما اخیراً تعدادی از نمودارها برای پایش هم‌زمان میانگین و واریانس فرایندهایی که از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند، توسعه داده‌شده‌اند [۱۳]. در بعضی از فرایندها بنا به دلایل خاص، این احتمال وجود دارد که میانگین و واریانس فرایند به‌طور هم‌زمان تغییر پیدا کنند و یک تغییر در واریانس می‌تواند حدود کنترل نمودار میانگین را تحت تأثیر قرار دهد. ازاین‌رو پایش هم‌زمان پارامترهای فرایند مطلوب است [۱۴]. بنابراین به‌جای مطالعه اطلاعات میانگین و واریانس در دو نمودار مختلف، استفاده از یک نمودار کاربردی‌تر است. در همین راستا گان و همکاران [۱۵] اطلاعات میانگین و واریانس و رفتار مشترک آن‌ها را در یک نمودار ترکیب‌شده بررسی کردند. در نمودار پیشنهادی که ترکیب دو نمودار $\overline{X}$ و S است، چنانچه پارامترهای فرایند نامعلوم باشد، حداقل ۱۰۰ نمونه تحت کنترل جمع‌آوری‌شده و حدود کنترل نمودار تعیین می‌شود. پارامترهای موقعیت و پراکندگی نقش مهمی را در پایش هر فرایند ایفا می‌کنند و نیاز به شناسایی به‌موقع هرگونه تغییر در رفتار پایدار آن‌ها وجود دارد. در یک مطالعه جدید، ظفر و همکاران [۱۶] یک نمودار پارامتریک بر اساس میانگین پیش‌رونده با آماره max، که نمودار max-p نامیده می‌شود، برای پایش مشترک پارامترهای موقعیت و پراکندگی پیشنهاد دادند. با فرض نرمال بودن مشخصه‌های کیفی موردتوجه، این مطالعه، مقایسه‌های گسترده‌ای بین نمودار پیشنهادی و برخی طرح‌های موجود ارائه می‌دهد. همچنین از خواص طول دنباله برای تجزیه‌وتحلیل عملکرد طرح‌های مختلف استفاده‌شده است که این خواص شامل متوسط طول دنباله، انحراف معیار طول دنباله، متوسط نسبی طول دنباله، شاخص مقایسه عملکرد و غیره هستند. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که طرح پایش

max-p، نتایج نسبتاً بهتری در شناسایی تغییرات پارامترهای فرایند نشان می‌دهد.

نمودارهای کنترلی که در پیشینه به آن‌ها اشاره شد عمدتاً از طریق پایش جداگانه متغیرهای توزیع‌های زمان شکست محصولات و رسم آن‌ها بین حدود کنترل آماری به ارزیابی قابلیت اطمینان پرداخته‌اند. ضرورت انجام این تحقیق پایش هم‌زمان این متغیرها است. درواقع نمودارهای کنترلی جدیدی برای پایش قابلیت اطمینان محصولات ارائه می‌شود که زمان‌های شکست این محصولات از توزیع وایبول پیروی می کنند. این نمودارها به نحوی تشکیل می‌شوند که بتوان بر اساس میانگین و انحراف معیار زمان‌های شکست در کنترل یا خارج از کنترل بودن فرایند را تشخیص داد. پس از انجام شبیه‌سازی، اعتبار نمودارها به لحاظ شاخص متوسط طول دنباله ارزیابی می‌شوند.

۲. توزیع وایبول

این توزیع در سال ۱۹۵۱ توسط وایبول ارائه شد که یکی از متداول‌ترین توزیع‌ها در بحث قابلیت اطمینان است و این مطلب به خاطر انعطاف‌پذیری بالای آن می‌باشد. وایبول مشاهده کرد که بعضی از تجهیزات در قسمتی از طول دوران عمر خود دارای نرخ خرابی نزولی، در قسمتی دیگر ثابت و در بخش دیگر دارای نرخ خرابی صعودی هستند. او تابع خرابی خاصی ساخت که با تغییر مقدار پارامترها هر سه حالت را دارا بود. این موضوع مدل وایبول را قادر می سازد تا در عمل نرخ خرابی را برای مقادیر زیادی از داده های مربوط به خرابی شرح و توصیف نماید. تابع چگالی وایبول را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$f(t)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}\exp\left(-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right) \qquad (۱)$$

که در آن β پارامتر شکل ، η پارامتر مقیاس و γ پارامتر مکان است. البته بیشتر مواقع $\gamma=0$ و درنتیجه $t\geq 0$ می‌باشد. همچنین تابع توزیع تجمعی وایبول به‌صورت زیر خواهد بود [۲]:

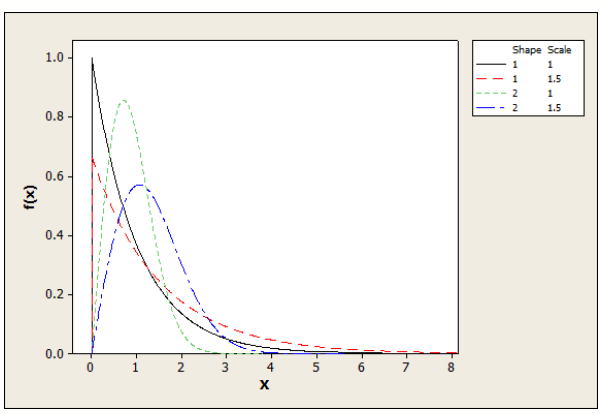
$$F(t)=1-e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \qquad (۲)$$

۳. توسعه نمودار کنترل توزیع وایبول

در این قسمت سعی می‌کنیم بر اساس منطقی که در ادامه بیان می‌شود نموداری برحسب میانگین و واریانس زمان‌های شکست توسعه بدهیم. این نمودار شامل یک ناحیه پذیرش و یک ناحیه رد خواهد بود. به این معنی که اگر میانگین و واریانس زمان‌های شکست انتخاب‌شده در داخل ناحیه پذیرش قرار بگیرند دلیلی بر وجود انحراف در توزیع زمان‌های شکست وجود ندارد. در غیر این صورت ممکن است توزیع زمان‌های شکست محصولات دچار انحراف شده باشد. فرض می‌کنیم که متغیر T از توزیع وایبول با پارامتر مقیاس η و پارامتر شکل β پیروی می‌کند.

$$X\sim W(\eta,\beta)$$

نمودار تابع چگالی احتمال وایبول به ازای پارامترهای مختلف را در شکل ۱ مشاهده می‌کنید.



شکل ۱. نمودار تابع چگالی احتمال وایبول

اگر $f(x)$ تابع چگالی احتمال، $F(x)$ تابع توزیع تجمعی وایبول، LSL و USL به ترتیب حدود مشخصات پایین و بالا در نمودار توزیع وایبول باشند، داریم:

$$\int_{LSL}^{USL} f(x)dx = 1-\theta \qquad (۳)$$

همچنین می‌توان نوشت:

$$P(LSL < f(x) < USL) = 1-\theta \qquad (۴)$$

به‌منظور یافتن همه η و که β هایی که رابطه (۵) را برقرار می‌کنند، مطلوب است:

$$F(USL) - F(LSL) = 1-\theta \qquad (۵)$$

با توجه به تابع توزیع تجمعی وایبول، رابطه (۵) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$(1-\exp^{-(\frac{USL}{\eta})^{\beta}}) - (1-\exp^{-(\frac{LSL}{\eta})^{\beta}}) = 1-\theta \qquad (۶)$$

در این رابطه اگر پارامتر مقیاس (شکل) تغییر کند می‌توان پارامتر شکلی (مقیاسی) را یافت که همچنان درصد عدم انطباق برابر با θ باشد. به‌عبارت‌دیگر اگر تغییر در یکی از پارامترهای توزیع زمان شکست هم‌زمان با تغییر مناسب در پارامتر دیگر باشد باز هم می‌توان فرایند را تحت کنترل در نظر گرفت. درواقع اختلاف بین طرفین رابطه (۵) باید در حد امکان نزدیک به صفر باشد.

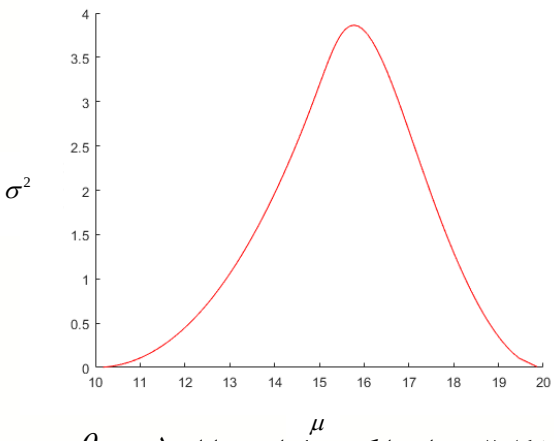
$$F(USL) - F(LSL) - (1-\theta) = 0 \qquad (۷)$$

محورهای نمودار حاصل تا این مرحله برحسب پارامترهای مقیاس و شکل هستند. اما ازآنجایی‌که باید میانگین و انحراف معیار یا واریانس داده‌های زمان شکست پایش شوند، بنابراین رابطه بین میانگین و واریانس با پارامترهای توزیع وایبول در الگوریتم MATLAB لحاظ می‌شود. میانگین و واریانس توزیع وایبول عبارت‌اند از:

$$Mean = \eta \cdot \Gamma(1+\frac{1}{\beta}) \qquad (۸)$$

$$Variance = \eta^2[\Gamma(1+\frac{2}{\beta}) - (\Gamma(1+\frac{1}{\beta}))^2] \qquad (۹)$$

در این قسمت از مقادیر محورهای نمودار که برحسب پارامترهای مقیاس و شکل بود، به‌عنوان مقادیر ورودی برای محاسبه میانگین و واریانس توزیع وایبول استفاده می‌شود که نمودار جدید برحسب میانگین و واریانس به‌صورت شکل زیر خواهد بود. این نمودار برای یک مثال خاص با $LSL = ۱۰$، $USL = ۲۰$ و $\theta = ۰/۰۱$ در شکل ۲ رسم شده است.



شکل ۲. نمودار میانگین و واریانس به ازای $\theta = ۰/۰۱$

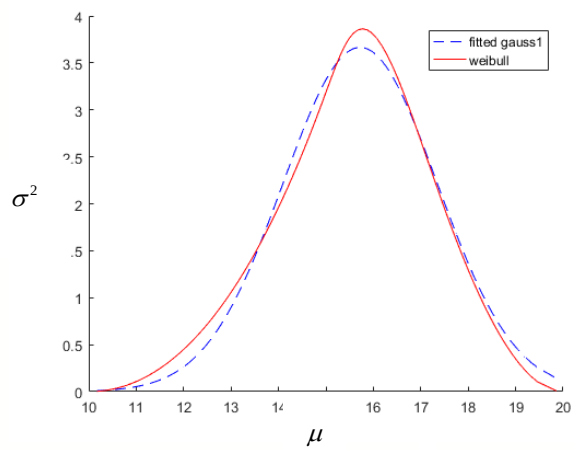
در این شکل نقاط روی نمودار درصد عدم انطباق برابر با θ، نقاط داخل نمودار درصد عدم انطباق کمتر از θ و نقاط خارج نمودار درصد عدم انطباق بیشتر از θ دارند. بنابراین اگر میانگین و واریانس زمان‌های شکست به نحوی باشد که این ترکیب داخل نمودار قرار بگیرد می‌توان نتیجه گرفت که توزیع زمان‌های شکست شرایط مطلوبی دارد. حال سعی می‌کنیم که این نمودار را در قالب روابط مشخصی بیان کنیم. همان‌طور که از نمودار شکل ۲ برمی‌آید، منحنی به‌دست‌آمده، شکل مشخصی نداشته و از تابع گاوس برای تخمین آن استفاده می‌شود که مدل آن به شرح زیر است:

$$y=\sum_{i=1}^{n} a_i e^{[-(\frac{x-b_i}{c_i})^2]} \qquad (۱۰)$$

ابتدا مدل گاوس با $n=۱$ را در نظر می‌گیریم.

$$y=a_1 e^{[-(\frac{x-b_1}{c_1})^2]} \qquad (۱۱)$$

و آن را به نمودار حاصل از میانگین و واریانس توزیع وایبول برازش می‌کنیم که نمودار شکل ۳ به دست می‌آید.



شکل ۳. نمودار وایبول و گاوس۱ برازش شده

اگر $f(z)$ مقادیر تابع برازش شده و w مقادیر واریانس توزیع وایبول باشد، خطای این تخمین از طریق محاسبه میانگین قدر مطلق اختلاف دو تابع گاوس و وایبول به دست می‌آید که در رابطه (۱۲) مشاهده می‌شود.

$$error = mean\left|w-f(z)\right| \qquad (۱۲)$$

به‌منظور نرمال‌سازی، مقدار خطای به‌دست‌آمده از رابطه فوق بر میانگین مقادیر تابع گاوس برازش شده تقسیم می‌شود.

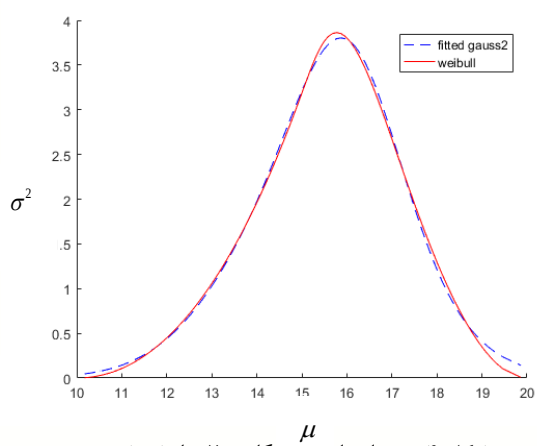
$$q=\frac{error}{mean(f(z))} \qquad (۱۳)$$

به‌منظور به دست آوردن خطای این برازش، رابطه (۱۳) را به ازای θ های مختلف محاسبه و میانگین این مقادیر را به دست می‌آوریم. به همین منظور مقدار θ را از ۰/۰۰۱ با افزایش ۰/۰۰۱ تا ۰/۱۵ تغییر می‌دهیم. نتیجه حاصل از میانگین خطاها به ازای این مقادیر θ برابر با ۰/۰۳۵۴ به دست می‌آید.

به نظر می‌رسد که با برازش مدل گاوس۲ به مقدار خطای کمتری برسیم. مدل گاوس با $n=۲$ به‌صورت زیر است:

$$y=a_1 e^{[-(\frac{x-b_1}{c_1})^2]}+a_2 e^{[-(\frac{x-b_2}{c_2})^2]} \qquad (۱۴)$$

اگر این مدل به نمودار حاصل از میانگین و واریانس توزیع وایبول برازش شود، نمودار شکل ۴ به دست می‌آید.



شکل ۴. نمودار وایبول و گاوس۲ برازش شده

همان‌طور که از نمودار برمی‌آید منحنی وایبول به تابع گاوس۲ نزدیک‌تر است. اگر مقادیر خطای نوع اول (θ) در اجراهای

مختلف از ۰/۰۰۱ با افزایش ۰/۰۰۱ تا ۰/۱۵ در نظر گرفته شود، در این صورت میانگین خطا ۰/۰۱۸۷ به دست می‌آید. بنابراین مدل دوم با مقدار خطای کمتر، قابل‌قبول است و منحنی آن به‌منظور پایش داده‌های وایبول مورداستفاده قرار می‌گیرد.

۱,۳. حدود کنترل زمان‌های شکست

به‌منظور به دست آوردن حدود بالا و پایین زمان شکست بر اساس میانگین و سطح عدم انطباق موردنظر می‌توان از تابع توزیع تجمعی وایبول کمک گرفت. مساحت زیر منحنی وایبول در فاصله $(-\infty, LSL)$ برابر با $\frac{\theta}{2}$ و در فاصله $(-\infty, USL)$ برابر با $1-\frac{\theta}{2}$ است، بنابراین حد کنترل پایین و بالا بر اساس تابع توزیع تجمعی به صورت زیر به دست می آیند:

$$LSL = \eta\left(-\ln\left(1-\frac{\theta}{2}\right)\right)^{\frac{1}{\beta}} \qquad (۱۵)$$

$$USL = \eta\left(-\ln\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{\frac{1}{\beta}} \qquad (۱۶)$$

۴. ارزیابی عملکرد نمودار پیشنهادی

به‌منظور بررسی عملکرد نمودار پیشنهادی از رویکرد شبیه-سازی کمک گرفته می‌شود. به همین منظور مشخصه متوسط طول دنباله (ARL) که به معنی میانگین تعداد مشاهدات تا اولین مشاهده خارج از حدود کنترل است، محاسبه می‌شود. همچنین از انحراف استاندارد طول دنباله ($SDRL$) که دقت نتایج محاسباتی را نشان می‌دهد، استفاده‌شده است. یک ARL کوچک در فاز صفر نشان می‌دهد که فرایند خارج از کنترل است، درحالی‌که ARL بزرگ، نشان‌دهنده یک فرایند در کنترل است. به همین منظور مراحل فاز صفر و یک به‌صورت زیر انجام می‌شوند:

فاز صفر: در این فاز ابتدا بر اساس میانگین و سطح θ موردنظر و با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۲) حدود بالا و پایین زمان‌های شکست به دست می‌آیند. سپس با استفاده از شبیه-سازی سطح θ فرایندی که محصولات بر اساس آن تولیدشده‌اند باید به دست بیاید. به همین منظور بر اساس حدود به‌دست‌آمده سطحی از θ را به دست می‌آوریم که یک مقدار مشخص از ARL را برآورده سازد. یعنی با فرض در کنترل بودن فرایند سطحی از θ را به دست می‌آوریم که بر اساس شاخص ARL فرایند در کنترل نشان داده شود. سپس بر اساس این مقدار θ و روابط به‌دست‌آمده برای نمودار توزیع وایبول، می‌توان نمودار کنترل فاز صفر را رسم کرد.

فاز یک: در این فاز بر اساس نمودار به‌دست‌آمده در فاز صفر به پایش زمان‌های شکست پرداخته می‌شود. به‌منظور بررسی عملکرد نمودار پیشنهادی تغییراتی در پارامترهای توزیع زمان شکست ایجادشده و توانایی نمودار در شناسایی آن‌ها بررسی می‌شود. به همین منظور در ادامه مراحل شبیه‌سازی بر اساس متغیرهای زیر به‌اختصار توضیح داده می‌شود:

اندازه نمونه	$n =$
تعداد داده موردنیاز برای انجام تخمین پارامترهای توزیع زمان شکست	$N =$
تعداد تکرارهای شبیه‌سازی	$ITN =$
شماره اجرا در تکرار ITN	$RN_{ITN} =$
حداکثر تعداد تکرارهای شبیه‌سازی	$MITN =$

۱. مقادیری به متغیرهای n، N و $MITN$ تخصیص داده شود.

۲. قرار دهید $ITN = 1$.

۳. N زمان شکست تصادفی بر اساس پارامترهای توزیع زمان شکست در حالت در کنترل تولید شود.

۴. تغییراتی (شیفت) در پارامتر مقیاس و/یا شکل توزیع زمان شکست ایجاد می‌شود.

۵. قرار دهید $RN = 1$.

۶. n زمان شکست تصادفی بر اساس توزیع زمان شکست جدید (خارج از کنترل) تولید شود.

۷. از بین $N+n$ زمان شکست موجود N زمان شکست آخر انتخاب شوند.

۸. میانگین (μ') و واریانس (σ'') داده‌های انتخاب‌شده در مرحله ۷ به دست آیند.

۹. در این مرحله باید بررسی شود که آیا نقطه به‌دست‌آمده در مرحله ۸ در محدوده پذیرش نمودار قرار دارد یا خیر. به این منظور مقدار μ' را در تابع گاوس برازش شده قرار می دهیم که f حاصل از آن باید بزرگ‌تر از مقدار σ'' یا واریانس داده‌های زمان شکست باشد. در این صورت نقطه حاصل داخل نمودار کنترل قرار می‌گیرد.

$$\sigma'' \le f(\mu')$$

اگر نقطه در ناحیه پذیرش قرار داشته باشد قرار دهید $RN_{ITN} = RN_{ITN} + 1$ و به گام ۶ برگردید، در غیر این صورت به گام بعد بروید.

۱۰. اگر $ITN < MITN$ باشد قرار دهید $ITN = ITN + 1$ و به گام ۵ برگردید، در غیراینصورت مقدار ARL را بر اساس رابطه زیر به دست آورید:

$$ARL = \frac{\sum_{ITN=1}^{MITN} RN_{ITN}}{MITN}$$

۱,۴. مثال عددی

در این قسمت بر اساس پارامترهای اولیه زیر به بررسی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی می‌پردازیم:

$\eta = ۷۰$
$\beta = ۱۰۰$
$\theta = ۰/۰۰۲۷$
$n = ۵$
$N = ۳۰$
$MITN = ۵۰۰$

بنابراین حدود بالا و پایین زمان شکست بر اساس روابط (۱۵) و (۱۶) به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

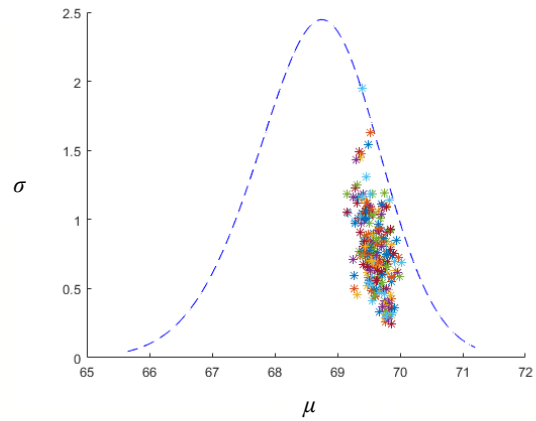
$LSL = ۶۵/۵۲۴۶$
$USL = ۷۱/۳۳۴۳$

به‌منظور انجام فاز صفر مقدار θ فرایند را بر اساس $ARL = ۳۷۰$ به دست می‌آوریم. به‌عنوان‌مثال مقدار ARL به ازای θ های مختلف در جدول ۱ نشان داده‌شده است. بر اساس جدول ۱ حداقل مقدار θ که ARL موردنظر را برآورده می‌کند تقریباً برابر با $\theta = ۰/۰۵۰۶$ به دست می‌آید.

جدول ۱. محاسبه درصد عدم انطباق فرایند

θ	ARL
۰/۰۴	۲۰۳/۸۵
۰/۰۴۵	۲۳۴/۰۵
۰/۰۵	۳۲۹/۶۰
۰/۰۵۰۵	۳۴۹/۷۴
۰/۰۵۱	۴۴۳/۷۰
۰/۰۵۰۸	۴۰۳/۸۲
۰/۰۵۰۶	۳۷۱/۴۶

در شکل ۵ تمام نقاط یک تکرار از شبیه‌سازی نشان داده‌شده است. به‌عنوان‌مثال در این تکرار تعداد اجراها برابر با ۲۳۷ به‌دست‌آمده است. یعنی بعد از ۲۳۷ نقطه داخل محدوده مجاز، اولین نقطه در محدوده غیرمجاز قرار می گیرد که میانگین تعداد این نقاط به ازای تمام تکرارهای شبیه سازی، مقدار متوسط طول دنباله را به دست می دهد.



شکل۵. نتیجه حاصل از یک تکرار شبیه سازی در فرایند وایبول

در فاز یک، با استفاده از سطح θ انتخاب‌شده، تغییرات مختلفی در پارامترهای میانگین و انحراف معیار ایجاد می‌شود که تغییرات متناظر آن در مقادیر متوسط طول دنباله در جدول ۲ محاسبه‌شده است. مقادیر ARL و $SDRL$ به ازای اندازه نمونه (n)های متفاوت در جدول ۲ دیده می‌شود.

جدول ۲. میانگین و انحراف استاندارد تعداد اجراها به ازای شیفت‌های مختلف

η	β	n=۵		n=۶		n=۷	
		ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
۶۹/۵	۹۹	۳۰۷۴/۸	۲۷۴۹/۸	۲۴۸۸/۵	۱۸۸۹/۱	۲۳۱۳/۸	۲۰۸۱/۲
	۹۹/۵	۳۸۱۳/۹	۲۹۰۱/۱	۳۷۹۷/۶	۳۱۱۷/۶	۳۰۶۴/۳	۲۷۹۱/۳
	۱۰۰	۳۸۷۹/۲	۳۶۷۲/۴	۳۱۶۲/۲	۲۵۲۹	۳۱۰۹/۸	۲۹۷۰/۹
	۱۰۰/۵	۴۶۱۶	۴۵۷۴/۹	۳۹۴۱/۶	۳۴۵۷/۳	۳۲۷۲	۳۱۷۷/۸
	۱۰۱	۴۷۱۳/۵	۳۹۴۶/۹	۳۹۶۱/۳	۳۸۹۰/۸	۴۵۳۵/۴	۳۳۴۶
۶۹/۷	۹۹	۲۳۷۳/۷	۲۰۳۸/۳	۱۹۸۸/۳	۱۷۴۸/۴	۱۷۳۸/۷	۱۶۹۵/۹
	۹۹/۵	۲۶۳۶/۴	۲۳۶۷/۴	۲۳۹۳/۳	۱۹۰۱/۶	۲۰۹۵/۵	۱۵۹۴/۶
	۱۰۰	۲۶۷۹/۷	۲۶۲۰/۱	۲۴۳۸/۶	۲۴۰۵/۶	۲۱۶۸/۵	۱۹۷۹/۵
	۱۰۰/۵	۲۶۹۸/۱	۲۶۵۶/۶	۲۴۹۳/۸	۲۲۹۶/۷	۲۱۸۴/۵	۲۰۰۹/۳

	۱۰۱	۲۸۶۵/۲	۲۳۹۳/۶	۲۵۰۳/۳	۲۱۴۳/۹	۲۲۶۵/۶	۲۱۶۹
۷۰	۹۹	۳۴۸/۴	۳۴۶/۶	۳۰۲/۵	۲۹۵/۱	۲۹۸/۴	۲۸۹/۸
	۹۹/۵	۳۷۰/۴	۳۳۷/۵	۳۵۴/۴	۳۲۶/۹	۳۱۰/۳	۲۲۸/۷
	۱۰۰	۳۷۱/۵	۳۵۴/۳	۳۶۰/۹	۳۵۷/۹	۳۵۳/۳	۳۴۸/۳
	۱۰۰/۵	۴۱۲/۴	۳۹۱	۳۷۵/۶	۳۵۱/۵	۳۶۵/۹	۳۲۴/۷
	۱۰۱	۴۵۷/۸	۴۱۳/۵	۴۰۱/۹	۳۳۷/۱	۳۹۱	۳۴۳/۴
۷۰/۲	۹۹	۶۹/۹	۶۶/۳	۶۱/۴	۵۸/۲	۵۱/۶	۵۱/۲
	۹۹/۵	۷۲/۹	۷۰/۷	۶۵/۲	۶۳/۴	۵۷/۸	۵۴/۷
	۱۰۰	۷۷/۸	۷۶/۳	۶۹/۱	۶۵	۵۸/۶	۵۷/۲
	۱۰۰/۵	۸۰/۴	۸۰/۲	۷۴/۲	۶۷/۴	۶۷/۹	۶۷/۱
	۱۰۱	۸۴/۷	۸۰/۹	۷۸/۷	۷۶/۷	۷۲/۶	۶۹/۵
۷۰/۵	۹۹	۹/۸	۷/۷	۸/۳	۶/۱	۷/۳	۵/۵
	۹۹/۵	۱۰	۷/۶	۸/۴	۶/۲	۷/۶	۵/۹
	۱۰۰	۱۰/۲	۸/۳	۸/۵	۶/۳	۷/۷	۵/۷
	۱۰۰/۵	۱۰/۵	۸/۶	۹	۶/۹	۷/۹	۶/۲
	۱۰۱	۱۰/۹	۸/۹	۹/۳	۷/۳	۸/۱	۶/۱

با در نظر گرفتن مقادیر $\eta = ۷۰$ و $\beta = ۱۰۰$، به‌عنوان پارامترهای مطلوب، با اعمال تغییرات در هرکدام از پارامترها مطابق جدول فوق، می‌توان به تحلیل‌های زیر دست یافت:

- با کاهش مقدار پارامتر مقیاس (η) از مقدار هدف، مقدار میانگین طول دنباله افزایش می‌یابد.
- با افزایش مقدار پارامتر مقیاس (η) از مقدار هدف، مقدار میانگین طول دنباله کاهش می‌یابد.
- با کاهش مقدار پارامتر شکل (β) از مقدار هدف، مقدار میانگین طول دنباله کاهش می‌یابد.
- با افزایش مقدار پارامتر شکل (β) از مقدار هدف، مقدار میانگین طول دنباله افزایش می‌یابد.

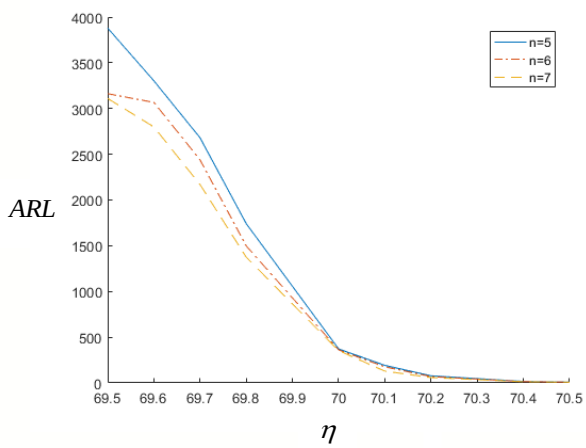
با اعمال تغییرات مشترک در پارامترها نیز می‌توان نتایج زیر را به دست آورد:

- با کاهش پارامتر مقیاس و کاهش پارامتر شکل، مقدار میانگین طول دنباله افزایش می‌یابد.
- با کاهش پارامتر مقیاس و افزایش پارامتر شکل، مقدار میانگین طول دنباله افزایش می‌یابد.

- با افزایش پارامتر مقیاس و کاهش پارامتر شکل، مقدار میانگین طول دنباله کاهش می‌یابد.
- با افزایش پارامتر مقیاس و افزایش پارامتر شکل، مقدار میانگین طول دنباله کاهش می‌یابد.

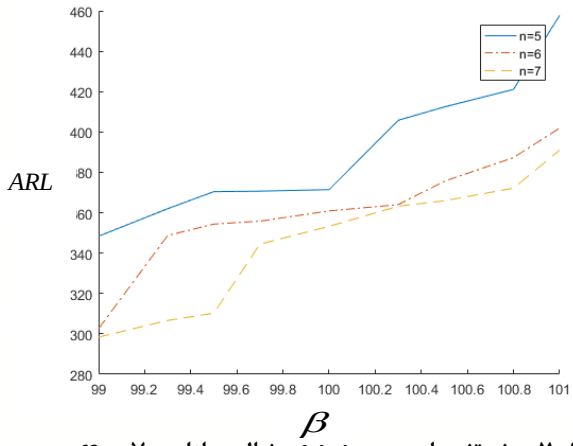
همان‌طور که از تحلیل‌ها برمی‌آید، هنگام اعمال تغییرات مشترک، تأثیر پارامتر مقیاس در مقدار میانگین طول دنباله بیشتر از پارامتر شکل است. به عنوان مثال با کاهش پارامتر مقیاس، مقدار ARL افزایش یافته و با کاهش پارامتر شکل، مقدار ARL کاهش می‌یابد که نتیجه تغییر هم‌زمان آن‌ها، افزایش مقدار ARL است.

نمودار شکل ۶ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله را به ازای شیفت های مختلف در η و با مقدار β ثابت ($\beta = ۱۰۰$) به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت نشان می‌دهد.



شکل ۶. روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\beta = ۱۰۰$ در فرایند وایبول

نمودار شکل ۷ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله را به ازای شیفت های مختلف در β و با مقدار η ثابت ($\eta = ۷۰$) به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت نشان می‌دهد.



شکل ۷. روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\eta = ۷۰$ در فرایند وایبول

همان‌طور که از نمودارها برمی‌آید رابطه مستقیمی بین اندازه نمونه و مقدار میانگین طول دنباله وجود دارد. در هردو حالت η ثابت و β ثابت، با افزایش تعداد نمونه‌ها مقدار ARL کاهش می‌یابد.

۵. نتیجه و جمع‌بندی

در این تحقیق نمودار کنترل جدید برای پایش زمان‌های شکست وایبول ارائه شد. در نمودار پیشنهادی امکان پایش هم‌زمان تغییرات در هر دو پارامتر توزیع وایبول فراهم می‌باشد. علاوه بر این به‌راحتی می‌توان بر اساس پارامترهای مقیاس و شکل زمان‌های شکست به پایش توزیع احتمال زمان‌های شکست پرداخت. در همین راستا کارایی نمودار پیشنهادی از طریق مطالعات شبیه‌سازی و مقادیر متوسط طول دنباله بررسی شد. ازجمله کاربردهای رویکرد پیشنهادی می‌توان به تعیین میزان یکنواختی قابلیت اطمینان فرایندهای تولیدی تأمین‌کنندگان، کمک به تولیدکنندگان جهت ارزیابی قابلیت اطمینان محصولات تولیدشده در طی زمان و جلوگیری از ارسال محموله‌های نامرغوب از منظر قابلیت اطمینان اشاره کرد. در نمودار پیشنهادی این پژوهش فرض

شده است که پارامترهای توزیع‌های زمان شکست معلوم هستند. برای تحقیقات آتی، می‌توان این پارامترها را مجهول در نظر گرفت و با استفاده از برآوردگرهای مختلف، آن‌ها را تخمین زد. همچنین فرض می‌شود که محصولات بر اساس یک نوع حالت شکست خراب می‌شوند. در مطالعات آتی می‌توان چندین حالت شکست برای محصولات در نظر گرفت. همچنین می‌توان چنین نمودارهایی برای پایش پارامترهای سایر توزیع‌های احتمال توسعه داد.

فهرست منابع

[۱] کرباسیان، م.، طباطبایی، ل. (۱۳۸۸). آشنایی با قابلیت اطمینان. انتشارات ارکان دانش: اصفهان.

[۲] فاضل، ص. (۱۳۹۲). مهندسی قابلیت اعتماد: روش های پیشگویی تئوری و عملی. انتشارات: تهران

[3] Elsayed, E. A. (2012). *Reliability engineering*. Vol. 88. John Wiley & Sons.

[4] Sürücü, B., & Sazak, H. S. (2009). Monitoring reliability for a three-parameter Weibull distribution. *Reliability Engineering & System Safety*. 94(2): p. 503-508.

[5] Shewhart, W. A., (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, Van Nostrand, New York, 501p, 1981.

[6] Xie, M., Goh, T. N., & Ranjan, P. (2002). Some effective control chart procedures for reliability monitoring. *Reliability Engineering & System Safety*. 77(2): p. 143-150.

[7] Khoo, M. B. C., & Xie, M. (2009). A study of time-between-events control chart for the monitoring of regularly maintained systems. *Quality and Reliability Engineering International*. 25(7): p. 805-819.

[8] Sego, L. H., Reynolds, M. R., & Woodall, W. H. (2009). Risk-adjusted monitoring of survival times. *Statistics in medicine*. 28(9): p. 1386-1401.

[9] Sürücü, B., & Sazak, H. S. (2009). Monitoring reliability for a three-parameter Weibull distribution. *Reliability Engineering & System Safety*. 94(2): p. 503-508.

[10] Zhang, H.Y., Shamsuzzaman, M., Xie, M., & Goh, T. N. (2011). Design and application of exponential chart for monitoring time-between-events data under random process shift. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 57(9): p. 849-857.

[11] Liand, Z., Kong, K. (2015). A Generalized Procedure for Monitoring Right-censored Failure Time Data. *Quality and Reliability Engineering International*. 31(4): p. 695-705.

[12] Faraz, A., Saniga, E. M., & Heuchenne, C. (2015). Shewhart control charts for monitoring reliability with Weibull lifetimes. *Quality and Reliability Engineering International*. 31(8): p. 1565-1574.

[13] Mccracken, A. K., Chakraborti, S., & Mukherjee, A. (2013). Control charts for simultaneous monitoring of unknown mean and variance of normally distributed processes. *Journal of Quality Technology*. 45(4): p. 360-376.

[14] Mccracken, A. K., & Chakraborti, S. (2013). Control charts for joint monitoring of mean and variance: an overview. *Quality Technology & Quantitative Management*. 10(1): p. 17-36.

[15] Gan, F. F., Ting, K. W., & Chang, T. C. (2004). Interval charting schemes for joint monitoring of process mean and variance. *Quality and Reliability Engineering International*. 20(4): p. 291-303.

[16] Zafar, R. F., Mahmood, T., Abbas, N., Riaz, M., & Hussain, Z. (2018). A progressive approach to joint monitoring of process parameters. *Computers & Industrial Engineering*. 115: p. 253-268.